Vol. 3, No. 1, Januari-Juni 2018
e-ISSN : 2528-5718

# JISTech

## (Journal of Islamic Science and Technology)

Diterbitkan Oleh :
Fakultas Sains Dan Teknologi
UIN Sumatera Utara Medan

# REVIEW MODEL EOQ UNTUK INVENTORI FARMASI RUMAH SAKIT DENGAN ADANYA PERMINTAAN BERVARIASI TERHADAP WAKTU

**Afnaria[1], Tulus[2], Herman Mawengkang[3], Wiryanto[4]**
[1,2,3)] Program Studi Doktor Ilmu Matematika, Universitas Sumatera Utara
[4)] Program Studi Pendidikan Profesi Apoteker, Universitas Sumatera Utara
Email: [1] afnaria@students.usu.ac.id , [2] tulusjp@gmail.com

**Abstrak:** Permintaan merupakan faktor penting guna menentukan jumlah persediaan inventori farmasi di rumah sakit. Sistem inventori farmasi dimana ukuran permintaannya diketahui merupakan sistem deterministik, dan sebaliknya disebut sistem dinamis, dimana permintaan dapat berubah dari waktu ke waktu. Model EOQ merupakan model inventori yang paling sering digunakan sampai saat ini. Model ini mengasumsikan permintaan stasioner sepanjang waktu tak berhingga, dimana inventori dimonitor secara kontinu dan re-order dapat dilakukan kapan saja. Parameter biaya order dan biaya penyimpanan diasumsikan konstan. Namun model ini tidak mengijinkan adanya *stockout*. Studi ini bertujuan me-review model EOQ dimana permintaannya merupakan fungsi linier terhadap waktu, dengan mengijinkan terjadinya *stockout*. Ketika terjadi stockout akan dilakukan *backorder*. Dimana model ini diselesaikan dengan meminimalkan biaya total inventori untuk setiap siklus.

**Katakunci:** *inventori* farmasi, EOQ, *stockout*, permintaan linier

***Abstract;*** *Demand is a major factor in determining the quantity of pharmaceutical inventory in hospital. Pharmaceutical inventory system, where the demand quantity is fixed, is called deterministic system, otherwise is called dynamic system, where the demand can vary from time to time. EOQ model is the most used inventory model until now. The model assumed that demand is stationer in an infinite horizon, where the inventory is continually reviewed and re-order can be put constantly. The parameter of ordering and holding cost are assumed to be constant. But the model don't allowed any stockout. This study objective is to review the EOQ model that assuming the time-varying linear demand and stockout is allowed and is backordered. And the model is solved by minimizing the total inventory cost of each cycle.*

***Keywords:*** *pharmaceutical inventory, EOQ model, stockout, backordered, linear demand, time-varying*

**Pendahuluan**

Pelayanan kefarmasian merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari sistem pelayanan kesehatan rumah sakit. Pelayanan kesehatan di rumah sakit meliputi pelayanan pasien, pelayanan sediaan farmasi, alat kesehatan dan bahan medis habis pakai, yang berkualitas dan terjangkau bagi seluruh masyarakat. Sediaan farmasi terdiri dari obat, obat tradisional dan kosmetika. Pengelolaan pelayanan kefarmasian merupakan satu siklus kegiatan yang meliputi pemilihan, perencanaan kebutuhan, pengadaan, penerimaan, penyimpanan, pendistribusian, pemusnahan dan penarikan, pengendalian serta administrasi. Pengelolaan ini dilaksanakan oleh Instalasi Farmasi Rumah Sakit (IFRS).

Pengelolaan kefarmasian diperlukan guna meminimalkan sumber daya yang terbuang maupun ketidaksesuaian penggunaannya. Seorang Kepala IFRS harus mampu mengembangkan kebijakan inventori dengan mempertimbangkan permintaan yang berubah-ubah, kapasitas ruangan yang terbatas, customer service level (CSL), keselamatan pasien dan berbagai regulasi yang dapat mempengaruhi suplai (Uthayakumar & Priyan, 2013). Permintaan sediaan farmasi datang dari dokter berkaitan dengan tindakan dan pengobatan pasien. Dokter melakukan diagnosis penyakit, selanjutnya meresepkan obat yang akan dipakai. Perencanaan sediaan farmasi dilakukan berdasarkan populasi pasien di rumah sakit yang tidak pasti dan bervariasi sepanjang waktu. Dengan demikian permintaan menjadi bervariasi dari waktu ke waktu.

Karena itu dibutuhkan pengembangan informasi guna memahami kaitan antara kedatangan pasien, kondisinya dan permintaan akan sediaan farmasi. Sistem pelayanan kesehatan ditantang untuk memberikan pelayanan yang berkualitas dengan harga yang terjangkau. Namun, terjadinya peningkatan harga pada produk dan pelayanan kesehatan, termasuk ketersediaan produk dan perlakuan medis, menuntut rumah sakit untuk menurunkan biaya operasional tanpa mempengaruhi kualitas pelayanannya. Biaya yang dianggarkan untuk penyediaan pelayanan kefarmasian merupakan komponen terbesar dari pengeluaran rumah sakit. Di banyak negara berkembang penyediaan pelayanan kefarmasian di rumah sakit dapat menyerap sekitar 40-50% biaya keseluruhan rumah sakit. Penyediaan pelayanan kefarmasian yang demikian besar tentunya harus dikelola dengan efektif dan efisien, hal ini diperlukan mengingat dana kebutuhan penyediaan pelayanan kefarmasian di rumah sakit tidak selalu sesuai dengan permintaan (Kesehatan & Agency, 2010).

Di Indonesia berbagai regulasi telah ditetapkan untuk mengendalikan harga, kekurangan obat, serta kesesuaian penggunaan obat. Pemberlakuan sistem *e-catalog* masih menyebabkan beberapa kendala dalam hal ketersediaan obat. Adanya penunjukan pabrik dan Pedagang Besar Farmasi yang terbatas mengakibatkan produksi dan distribusi obat masih belum optimal. Sehingga rumah sakit sering kali mengalami *stockout* obat. Karena itu IFRS harus mampu menyikapi hal ini dengan menyusun kebijakan model inventori yang mampu memberikan keamanan stok sediaan farmasi. Terdapat tiga skenario yang diambil IFRS jika hal ini terjadi, yaitu (i) memberikan obat substitusi, yang ditetapkan melalui Komite Farmasi dan Terapi; (ii) membeli obat kompetitor (iii) *backorder*. Permintaan obat berasal dari kebutuhan pada level pasien. Permintaan obat bergantung pada jumlah pasien, kondisi pasien dan lamanya perawatan di rumah sakit.

Dalam manajemen inventori, model Economic Order Quantity (EOQ) merupakan model yang menentukan kuantitas order yang dapat meminimalkan biaya inventori dan biaya order total. EOQ hanya digunakan saat permintaan terhadap suatu produk konstan di sepanjang tahun dan setiap order baru akan diantar seluruhnya saat inventori bernilai nol, dengan asumsi *lead time* konstan. Biaya order tetap berapapun jumlah unit yang diorder. Model ini juga memperhitungkan biaya penyimpanan sebagai persentase dari biaya pembelian. Namun model ini belum mengijinkan adanya *stockout*, termasuk adanya permintaan yang bervariasi terhadap waktu (dinamis) (Uthayakumar & Karuppasamy, 2018). Saat ini banyak riset yang mengembangkan model inventori farmasi untuk item *perishable* dengan menyajikan konsep-konsep baru. Amutha dan Chandrasekaran (2013) mengembangkan model untuk produk *perishable* dengan permintaan konstan dan tingkat deteriorasi bervariasi terhadap waktu, dimana diijinkannya penundaan pembayaran. Sarbjit dan Shivraj (2009) mengembangkan model untuk menentukan kuantitas order optimal dengan menggunakan teknik kalkulus maksima dan minima. Sheikh dan Patel (2016) membahas model inventori produksi dimana permintaannya mengikuti trend linier. Uthayakumar dan Parvathi (2006) mengembangkan inventori model untuk item yang mudah rusak dengan permintaan bergantung pada stok dan waktu dengan sistem kredit periode tetap.

Uthayakumar dan Karuppasamy (2018) mengembangkan model inventori farmasi untuk item yang mudah rusak dengan permintaan dan biaya penyimpanan bergantung waktu dengan *shortage* dimana penundaan pembayarannya diijinkan. Geetha et al. (2016) membahas model inventori untuk item yang mudah rusak dengan permintaan bergantung waktu dan *shortages* diijinkan. Lin et al. (2000) mengembangkan model untuk item yang mudah rusak dengan permintaan bervariasi terhadap waktu dan terdapat *shortage*. Dimana tingkat kadaluarsanya diasumsikan linier, *backorder* parsial, dan interval pembelian untuk setiap siklus sama.

Studi ini bertujuan me-review model EOQ dimana permintaannya merupakan fungsi linier terhadap waktu, dengan mengijinkan terjadinya *stockout*. Ketika terjadi stockout akan dilakukan *backorder*. Dimana model ini diselesaikan dengan meminimalkan biaya total inventori untuk setiap siklus.

## Notasi

Untuk membangun model matematis, digunakan notasi sebagai berikut:

D(t) = permintaan bervariasi terhadap waktu

K = biaya pengiriman

h = biaya penyimpanan per item per satuan waktu

H = total biaya penyimpanan inventori

I (t) = jumlah inventori saat t

c = harga barang per item

s= biaya *stockout* per item

S = total biaya *stockout*

$\theta$ = tingkat kadaluarsa untuk item yang tersedia (*on-hand*); 0 < $\theta$ < 1

T = jarak siklus pengadaan/pembelian

Q = kuantitas order obat

B = jumlah maksimum *backorder* yang diijinkan

$\overline{TC}$ = rata-rata biaya total inventori farmasi per satuan waktu

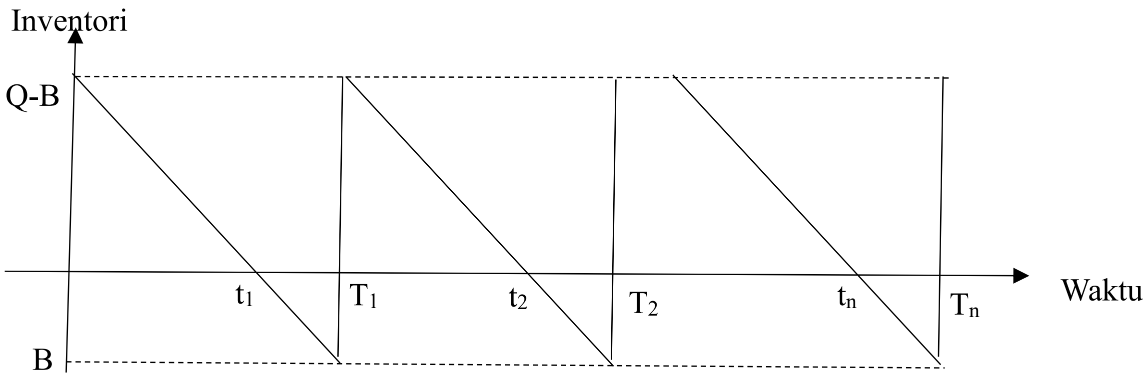
**Asumsi**

Untuk membangun formulasi matematisnya diasumsikan beberapa hal sebagai berikut:

a. Permintaan merupakan fungsi linier terhadap waktu; D(t) = a + bt
b. Biaya penyimpanan konstan
c. Pembelian bisa dilakukan satu kali untuk setiap siklus.
d. Tingkat kadaluarsa untuk inventori yang tersedia (*on-hand*) adalah konstan per satuan waktu
e. *Stockout* diatasi dengan *backorder*.
f. Tingkat *backorder* didefinisikan sebagai $B(t) = \frac{1}{1+\delta(T_1-t)}$, saat inventori bernilai negatif. $T_1 - t$ merupakan waktu tunggu dalam interval $[t_1, T_1]$, dan $\delta > 0$ merupakan parameter *backorder*.
g. *Lead time* nol.

**Formulasi Matematika Dan Solusi**

Inventori akan berkurang dalam interval waktu $[0,t_1]$ seiring dengan adanya permintaan dan produk yang kadaluarsa. Dan menjadi nol saat $t = t_1$. Selanjutnya, dengan diijinkannya *stockout,* dan terdapat permintaan dalam interval $[t_1, T_1]$, maka dilakukan *backorder*. Satu siklus ditentukan dalam waktu T, misalkan siklus pertama dalam hal ini adalah $T = [0, T_1]$. Saat order sampai, seluruh permintaan dalam periode *stockout* segera terpenuhi, yaitu sebesar B. Dengan demikian, kuantitas inventori *on-hand* yang masih tersedia adalah $Q - B$. Sistem ini diilustrasikan pada gambar 1.




**Gambar 1.** Sistem Inventori dengan adanya *stockout*

a. Untuk Interval [0,$t_1$]

Jumlah inventori dalam interval [0,$t_1$] diformulasikan sebagai berikut (Uthayakumar & Karuppasamy, 2018):

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -a - bt \tag{1}$$

Dimana I(0) = Q - B; dan I($t_1$) = 0.

Jika diasumsikan bahwa permintaan merupakan fungsi linier, dimana $D(t) = a + bt; a > 0; b \neq 0$ , maka solusi untuk persamaan (1) adalah sebagai berikut.

$$I(t) = -\frac{a}{\theta} - \frac{b}{\theta}\left(t - \frac{1}{\theta}\right) + e^{\theta(t_1 - t)}\left(\frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta}\left(t_1 - \frac{1}{\theta}\right)\right) \tag{2}$$

Jika b = 0, maka persamaan (2) memberikan jumlah inventori instant pada saat t untuk tingkat permintaan konstan.

Kuantitas order awal diperoleh saat t = 0, dalam interval [0, $t_1$]. Kuantitas order awal adalah

$$I(0) = Q - B$$

$$Q - B = -\frac{a}{\theta} - \frac{b}{\theta}\left(0 - \frac{1}{\theta}\right) + e^{\theta(t_1 - 0)}\left(\frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta}\left(t_1 - \frac{1}{\theta}\right)\right)$$

$$Q - B = -\frac{a}{\theta} - \frac{b}{\theta^2} + e^{\theta t_1}\left(\frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta}\left(t_1 - \frac{1}{\theta}\right)\right)$$

(3)

Total permintaan dalam interval [0,$t_1$] adalah = $\int_0^{t_1} D(t)dt = \int_0^{t_1}(a + bt)dt = at_1 + \frac{bt_1^2}{2}$

Total harga pembelian = $c.\left(t_1 + \frac{bt_1^2}{2}\right)$

Biaya pengiriman termasuk didalamnya biaya *packing* dan pengantaran. Biaya ini diasumsikan tidak memandang komposisi maupun dimensi paket yang dikirim. Dalam hal ini, biaya pengiriman ditentukan sebesar $K_i$ untuk setiap pengiriman, dimana $i = 1, 2, ..., n$.

Dalam hal ini, biaya pengiriman adalah $K_1$.

Jumlah produk kadaluarsa = $(Q - B) - \left(at_1 + \frac{bt_1^2}{2}\right)$

Biaya produk yang kadaluarsa = $c.\left\{\left(-\frac{a}{\theta} - \frac{b}{\theta^2} + e^{\theta t_1}\left(\frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta}\left(t_1 - \frac{1}{\theta}\right)\right)\right) - \left(at_1 + \frac{bt_1^2}{2}\right)\right\}$ (4)

Biaya penyimpanan = $H = \int_0^{t_1} hI(t)dt = h\int_0^{t_1} I(t)dt$

$$H = h.\left\{-\frac{a}{\theta^2} - \frac{at_1}{\theta} - \frac{bT^2}{2\theta} + \frac{b}{\theta^3} + e^{\theta t_1}\left(\frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta^2}\left(t_1 - \frac{1}{\theta}\right)\right)\right\}$$

(5)

b. Untuk Interval [$t_1$, $T_1$]

Jumlah inventori saat terjadi *stockout* dalam interval [$t_1$, $T_1$] diformulasikan sebagai berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D(t).\mathrm{B(t)}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -(a + bt).\left(\frac{1}{1+\delta(T_1 - t)}\right)$$

(6)

maka diperoleh jumlah inventori saat terjadi *stockout* sebagai berikut (Uthayakumar & Karuppasamy, 2018).

$$I(t) = \frac{a}{\delta}\log\left[\frac{1+\delta(T_1-t)}{1+(T_1-t_1)}\right] + \frac{b(t-t_1)}{\delta} + \frac{b(1+\delta T_1)}{\delta^2}\log\left[\frac{1+\delta(T_1-t)}{1+\delta(T_1-t_1)}\right] \quad (7)$$

Biaya yang timbul dalam periode ini adalah biaya *stockout* untuk item yang di *backorder*. Biaya *stockout* adalah sebagai berikut (Uthayakumar & Karuppasamy, 2018).

$$S = -s\int_{t_1}^{T_1} I(t)dt$$

$$S = -s.\int_{t_1}^{T_1}\left\{\frac{a}{\delta}\log\left[\frac{1+\delta(T_1-t)}{1+(T_1-t_1)}\right] + \frac{b(t-t_1)}{\delta} + \frac{b(1+\delta T_1)}{\delta^2}\log\left[\frac{1+\delta(T_1-t)}{1+\delta(T_1-t_1)}\right]\right\}dt$$

$$S = s.\left\{\frac{a(T_1-t_1)}{\delta} - \frac{alog[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^2} + \frac{b(T_1-t_1)}{\delta^2} + \frac{b\left(T_1^2-t_1^2\right)}{2\delta} - \frac{blog[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^3} - \frac{bT_1log[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^2}\right\} \quad (8)$$

Dengan demikian, rata-rata biaya total inventori farmasi dalam interval [0, $T_1$] per unit per satuan waktu = $\overline{TC}$ adalah (Uthayakumar & Karuppasamy, 2018):

$$\overline{TC} = \frac{1}{T}[\text{harga pembelian } + \text{biaya pengiriman} + \text{biaya penyimpanan} + \text{biaya kadaluarsa} + \text{biaya } stockout\ ]$$

$$\overline{TC} = \frac{1}{T}\left\{c.\left(t_1+\frac{bt_1^2}{2}\right) + K_1 + h.\left\{-\frac{a}{\theta^2} - \frac{at_1}{\theta} - \frac{bT^2}{2\theta} + \frac{b}{\theta^3} + e^{\theta t_1}\left(\frac{a}{\theta}+\frac{b}{\theta^2}\left(t_1-\frac{1}{\theta}\right)\right)\right\} + c.\left\{\left(-\frac{a}{\theta}-\frac{b}{\theta^2}+e^{\theta t_1}\left(\frac{a}{\theta}+\frac{b}{\theta}\left(t_1-\frac{1}{\theta}\right)\right)\right) - \left(at_1+\frac{bt_1^2}{2}\right)\right\} + s.\left\{\frac{a(T_1-t_1)}{\delta} - \frac{alog[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^2} + \frac{b(T_1-t_1)}{\delta^2} + \frac{b\left(T_1^2-t_1^2\right)}{2\delta} - \frac{blog[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^3} - \frac{bT_1log[1+\delta(T_1-t_1)]}{\delta^2}\right\}\right\}$$

(9)

Fungsi objektif nya adalah untuk meminimalkan $\overline{TC}$, dimana $\frac{d\overline{TC}}{dT} = 0$ dan $\frac{d^2\overline{TC}}{dT^2} > 0$.

**Kesimpulan**

Model ini menentukan rata-rata total biaya inventori farmasi minimal untuk item tunggal. Dimana pembelian hanya dapat dilakukan satu kali dalam satu siklus. Dengan demikian saat terjadi *stockout*, terdapat waktu tunggu sampai order berikutnya dapat dilakukan. Dengan asumsi bahwa *lead time* nol, maka order akan langsung sampai begitu dipesan. Biaya-biaya yang berkontribusi dalam model ini adalah harga pembelian, biaya pengiriman, biaya penyimpanan dan biaya kadaluarsa, termasuk biaya *backorder* saat terjadi *stockout*. Biaya untuk setiap pengiriman tidak memandang komposisi maupun dimensi, dalam hal ini dihitung tetap.

**Daftar Pustaka**

Amutha, R. C. (2013). An Inventory model for constant demand with shortage under permissible delay in payments. *IOSR Journal of Mathematics*, 6 (5) : 28 - 33.

Denton, B. (2013). *Handbook of Healthcare Operation Management, Methods and Application*. New York: Springer.

K., G., Anusheela, N., & Raja, A. (2016). An Optimum inventory model for time dependent demand with shortages. *International Journal of Mathematical Archive*, 7 (10) : 99-102.

Kesehatan, D. B., & Agency, J. I. (2010). *Pedoman Pengelolaan Perbekalan Farmasi di Rumah Sakit*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.

Lin, C., Tan, B., & Lee, W. (2000). An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand and shortages. *International Journal of Systems Science*, 31 (3) : 391-400.

Sarbjit, S., & Shivaraj, S. (2009). An optimal inventory policy for items having linear demand and variable deterioration rare with trade credit. *Journal of Mathematics and Statistics*, 5 (4): 330-333.

Sheikh, S. R., & Patel, R. (2016). Production inventory model with different deterioration rates under shortages and linear demand. *International Refereed of Engineering and Science*, 5 (3): 01-07.

Uthayakumar, R., & Karuppasamy, S. (2018). A pharmaceutical inventory model for variable demand and variable holding cost with partially backlogged under permissible delay in payments in healthcare industries. *International Journal od Applied and Computational Mathematics*.

Uthayakumar, R., & Karuppasamy, S. K. (2018). An EOQ model for deteriorating items with different types of time-varying demand in healthcare industries. *J. Anal*.

Uthayakumar, R., & Parvathi, P. (2006). A deterministic inventory model for deteriorating items with partially backlogged and stock and time dependent demand under trade kredit. *International Journal of soft computing*, 1 (3): 199-206.

Uthayakumar, R., & Priyan, S. (2013). Permissible delay in payments in the two-echelon inventory system with controllable setup cost and lead time under service level constraint. *Int. J. Inf. Mnage. Sci.*, 24 : 193-211.